

## Contrôle Intermédiaire : Barème

---

### Partie I (à rédiger sur une première copie)

#### Exercice 1 [4 points]

1. Définissez la convergence normale d'une **série** de fonctions  $f_n$  définie sur un domaine  $D$ .
2. Est-ce que la **série** donnée par le terme général :

$$f_n(x) = \cos(nx)/nx^2, \quad n \geq 1, \quad x \in ]0, +\infty[,$$

converge simplement ?

3. Cette même série converge-t-elle normalement ?

#### Barème : Barème :

1. 1.5 : Noter sévère mais tolérer si norme infinie non définie.
2. 0.5 : Noter sévère, question très simple.
3. 2 : Noter gentil.

#### Erreurs fréquemment commises :

- 1.

**Exercice 2** [5 points] Pour les **suites** de fonctions données par le terme général suivant pour  $n \geq 1$ , dites si elles convergent simplement ? uniformément ?

1.  $a_n(x) = x^{2n}$ ,  $x \in ]0, 1[$ .
2.  $b_n(x) = \sin(nx^2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
3.  $c_n(x) = \frac{\ln(nx)}{1+\ln(nx)}$ ,  $x \in [1, 2]$ .

#### Barème :

1. 2.5 pt : 1 pour simple, 1.5 pour non-uniforme.
2. 1 pt : 0.5 si idée comprise mais erreur bête choix de  $x$ .
3. 1.5 pt : seulement 0.5 si seulement convergence simple.

#### Erreurs fréquemment commises :

- 1.

## Partie II (à rédiger sur une deuxième copie)

**Exercice 3** [3 points] Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x)}{x}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(1 + 1/x)$ .

**Barème :**

1. 1.5 pt.
2. 1.5 pt.

**Erreurs fréquemment commises :**

- 1.

**Exercice 4** [4 points] Dire si les **séries numériques** données par le terme général suivant ( $n \geq 0$ ) convergent :

1.  $u_n = \frac{\sin(n)}{(n+1)^2}$ .
2.  $v_n = \frac{\ln(n+1)}{(n+1)^3}$ .
3.  $w_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ .

**Barème :**

1. 1 pt : noter sévère.
2. 1.5 pt : noter gentil.
3. 1.5 pt : seulement 0.5 si oubli décroissance  $|w_n|$ .

**Erreurs fréquemment commises :**

- 1.

**Exercice 5** [4 points] Dire si les **suites numériques** données par le terme général suivant ( $n \geq 1$ ) convergent. Si oui, donner la limite.

1.  $a_n = \frac{\ln(e^n+1)}{n}$ .
2.  $b_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n \ln(n)}$ .

**Barème :**

1. 1.5 pt.
2. 2.5 pt.

**Erreurs fréquemment commises :**

- 1.